ECOLE NAVALE

Concours 1978

Deuxième composition de mathématiques

Option M

L'espace affine euclidien E est muni du repère $\mathcal{R}$, d'origine O et de base orthonormée $b = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On désigne par D_1 la droite de E, intersection des plans P_1 et P'_1, ayant respectivement pour équations dans le repère $\mathcal{R}$:

$$D_1 \begin{cases} P_1 : & -x + y + 1 = 0, \\ P'_1 : & 2x - y - z - 1 = 0 ; \end{cases}$$

et par D_2 la droite de E, intersection des plans P_2 et P'_2, ayant respectivement pour équations dans le repère $\mathcal{R}$:

$$D_2 \begin{cases} P_2 : & x + y - z - 1 = 0, \\ P'_2 : & x + 2y - z - 2 = 0. \end{cases}$$

PARTIE I. — 1° Quels sont les points de E ayant les mêmes projections orthogonales sur D_1 et D_2 qu'un point M fixé.

2° Soit M le point de coordonnées x, y, z dans $\mathcal{R}$, M_1 et M_2 ses projections orthogonales sur D_1 et D_2 respectivement. Quel est l'ensemble des points H, milieu du segment M_1M_2, quand M décrit E.

PARTIE II. — M_1 et M_2 étant les deux points définis dans la partie I, à tout réel λ, on associe la fonction vectorielle $\vec{V}_\lambda$ (M) telle que :

$$\vec{V}_\lambda (M) = \overrightarrow{M_1M} + \lambda \overrightarrow{M_2M}$$

1° Déterminer les composantes X, Y, Z de $\vec{V}_\lambda$ (M) dans la base b.

2° *a*) Vérifier qu'il existe une fonction F (x, y, z), deux fois dérivable, telle que l'on ait simultanément :

$$X = \frac{\partial F}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial F}{\partial z}$$

Calculer F (x, y, z). On désigne par S la surface dont l'équation relativement à $\mathcal{R}$ est : F (x, y, z) = C, C étant une constante réelle.

b) On prend, dans cette question, $\lambda = -2/3$ et C tel que S contienne le point O. Soit Q (x, y, z) l'ensemble des termes du second degré de F (x, y, z), déterminer une base orthonormée directe $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ dans laquelle la matrice de la forme quadratique Q (x, y, z) soit diagonale; former l'équation de S dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$, puis dans le repère $(O_1, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ tel que l'équation de S ne contienne pas de terme du premier degré. Quelle est la nature de S?

c) On cherche λ tel que S soit une surface cylindrique. Que peut-on dire alors du vecteur $\vec{V}_\lambda$ (M) pour tout point M appartenant à S? En déduire λ.

Dans le cas où la direction des génératrices est celle de la droite D_1, quelle est la nature de la surface S? (on pourra, par exemple, utiliser une méthode analogue à celle du 2° *b*).

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail